



TITLE:

回転系において潮流が形成する海底境界層で励起される慣性波(波動現象の数理と応用)

AUTHOR(S):

坂本, 圭; 秋友, 和典

CITATION:

坂本, 圭 ...[et al]. 回転系において潮流が形成する海底境界層で励起される慣性波(波動現象の数理と応用). 数理解析研究所講究録 2007, 1543: 62-75

ISSUE DATE:

2007-04

URL:

<http://hdl.handle.net/2433/80715>

RIGHT:

回転系において潮流が形成する海底境界層で励起される慣性波

坂本 圭 (Kei Sakamoto), 秋友 和典 (Kazunori Akitomo)

京都大学大学院・理学研究科 (Graduate School of Science, Kyoto University)

e-mail: sakamoto@kugi.kyoto-u.ac.jp

概要

回転系において潮流 (振動流) が海底に形成する乱流境界層の振る舞いを調べるために、密度一様条件で数値実験を行った。実験では、慣性周期と潮流周期が近い場合に、強い慣性波が境界層から上方へと伝播し、広い範囲にわたる混合が引き起こされた。この結果について、乱流境界層の特性と慣性波の線形理論から考察する。

1 Introduction

潮流に対して海底摩擦が作用することによって、海洋底層に潮流海底境界層 (tidally-induced bottom boundary layer, TBBL) が形成される。多くの海域では、潮流振動数 σ とコリオリ・パラメータ f はオーダーとして同程度であるため、潮流の振動と地球の回転の両方が流れに影響を与えている。

TBBL ではほぼ常に乱流状態が維持され、底層での海水混合に寄与している。特に $|f|$ が σ に等しくなる臨界緯度の近くでは厚い TBBL が形成され、TBBL の乱流による海水混合が海底からはるか上方まで及ぶことが観測から示唆されている (Furevik and Foldvik, 1996)。M2 潮の臨界緯度は 74.5 度と極海域に位置し、深層循環にとって重要な高密度水形成過程において TBBL の乱流が無視できない役割を果たしている可能性がある。一般に、境界層での乱流混合に関する知識は、サブグリッドスケールの乱流拡散効果をパラメタライズする全球循環モデルにとって必要であるが、TBBL における乱流の解明は、特に深層循環の再現性の向上に寄与できると期待される。

このように TBBL における乱流混合の重要性は指摘されているが、地球の回転と潮流の振動の効果が同程度となる臨界緯度付近の場合も含めて、両者が存在する下での、境界層における乱流についての研究はほとんどない。一方で、回転系の定常流によるエクマン層と、非回転系の振動流によるストークス層についての乱流特性はよく研究されている。密度一様のエクマン層では、代表的な乱流渦のスケール「outer scale」として速さに摩擦速度 u_τ 、長さに $u_\tau/|f|$ を用いて無次元化することにより、流速に関する速度欠損法則など、乱流統計量の鉛直分布に相似構造が成り立つという理論的な予測 (Csanady, 1967) がなされ、その後実験によって確認されている (Coleman, 1999)。ストークス層においても同様に、乱流の代表的なスケールとして速さ u_τ と長さ $u_\tau/|\omega|$ が適切であることが指摘されている (Grant and Madsen, 1986)。

回転と振動は力学的にはよく似た効果を持つ。例えば、エクマン層とストークス層の粘性境界層の支配方程式は同一のものとなる。また、層流 (粘性係数一定) TBBL 内の流速構造はエクマン層とストークス層の拡張によって得られ、その鉛直スケール H_{tide} は $\sqrt{2\nu/|f \pm \sigma|}$ となるが (σ の符号は潮流楕円が反時計回りに回転する場合は正、時計回りでは負)、これは回転と振動の効果を同じように扱えることを意味する (Soulsby, 1983)。以上のことから、TBBL の乱流に対する outer scale

として、時間 $1/|f \pm \sigma|$ 、速さ u_τ 、長さ $\delta = u_\tau/|f \pm \sigma|$ が適切だと推測される。本研究では、実験から得られた乱流特性量をこの outer scale で無次元化することで、スケーリングの正しさを検証する。

一方、境界層乱流に伴う擾乱運動は、回転系においては慣性波として伝播し、境界から離れた領域にも影響を与えうる。たとえ TBBL の乱流に関して上記の outer scale の選択が適切であったとしても、もし回転の効果の大小に応じて慣性波の励起と伝播に変化があれば、現れる擾乱運動の特性は outer scale だけでは説明できないだろう。実際、本実験では、 $|f|$ と σ が近づいた場合に強い慣性波の励起と伝播が見られ、その結果、擾乱運動の強さや長さスケールに影響を与える。

本研究では、回転系における潮流海底境界層 (TBBL) の乱流と慣性波を調べるために、振動と回転の効果の比を示す時間ロスビー数 $Ro_t = |\sigma/f|$ を変えて、非静力 3 次元数値実験を行う。速さに摩擦速度 u_τ 、長さ $\delta = u_\tau/|f \pm \sigma|$ という outer scale を用いて実験結果を解析し、まず、乱流統計量が Ro_t に関わらず相似性を持つかどうかを調べる。次に、境界層乱流によって励起される慣性波の Ro_t に対する依存性と、その擾乱運動に与える影響を明らかにする。最後に、乱流や慣性波によって引き起こされる混合効果をトレーサ実験から評価し、乱流拡散係数の鉛直分布も outer scale の導入によって統一的に記述できるかどうかを確かめる。

2 Numerical model

図 1 に示すように、大きさ $L_x \times L_y \times H$ の矩形領域で数値実験を行う。海底を原点とし、 (x, y, z) 方向を図 1 のようにとる。支配方程式系は、密度一様、非圧縮、リジッド・リッド条件の下での回転系運動方程式、連続の式である。

$$\begin{aligned} \frac{\partial \mathbf{v}}{\partial t} + (\mathbf{v}_{\text{tide}} \cdot \nabla) \mathbf{v} + (\mathbf{v} \cdot \nabla) \mathbf{v}_{\text{tide}} + (\mathbf{v} \cdot \nabla) \mathbf{v} + f \mathbf{k} \times \mathbf{v} \\ = -\frac{1}{\rho_0} \nabla p + \nu \nabla^2 \mathbf{v} \end{aligned} \quad (2.1)$$

$$\nabla \cdot \mathbf{v} = 0 \quad (2.2)$$

流速ベクトルについては与える基本潮流場 $\mathbf{v}_{\text{tide}} = (u_{\text{tide}}, v_{\text{tide}}, 0)$ とそれからの偏差 $\mathbf{v} = (u, v, w)$ に分けて記述し、 p は圧力偏差、 ρ は密度偏差である。 \mathbf{k} は z 方向の単位ベクトルを示し、定数 ρ_0, f, ν はそれぞれ標準密度、コリオリ・パラメータ、渦粘性係数である。

境界条件については、海面で非粘着条件、海底で粘着条件を与える。つまり、

$$\frac{\partial u}{\partial z} = \frac{\partial v}{\partial z} = w = 0 \quad \text{at } z = H \quad (2.3)$$

$$u = v = w = 0 \quad \text{at } z = 0 \quad (2.4)$$

密度フラックスは海底と海面のどちらにおいても 0 とする。

$$\frac{\partial \rho}{\partial z} = 0 \quad \text{at } z = 0, H \quad (2.5)$$

水平方向には周期条件を課す。

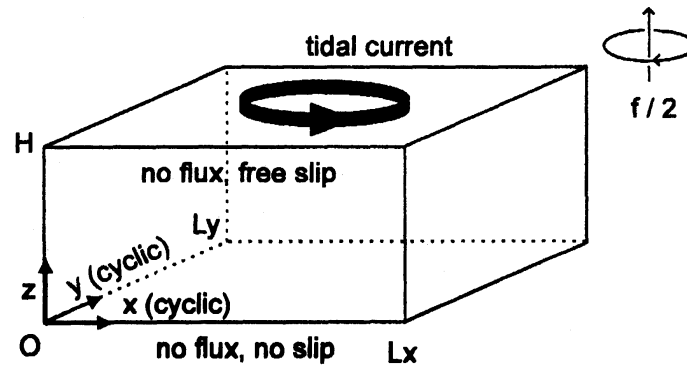


図 1: モデル領域、座標系、境界条件。

ケース	Ek	A	B	C	D	St
Ro_t	0	0.5	0.95	1.05	2.0	∞
Re	1000	1000	4350	4580	1410	1000
$H_{\text{tide}}(\text{m})$	1.2	1.2	5.1	5.4	1.7	1.2
$C_d(\times 10^{-3})$	2.9	2.0	1.5	1.4	1.7	1.4
α (degree)	-18.9	-22.1	-22.6	12.3	15.4	0.0
$u_r^*(\times 10^{-2})$	5.4	4.4	3.9	3.7	4.1	3.5
$\delta(\text{m})$	32	26	434	460	48	21

表 1: 実験ケースの制御パラメータである時間ロスビー数 $Ro_t = \sigma/f$ 、レイノルズ数 $Re = U_{\max} H_{\text{tide}}/\nu$ と、境界層の鉛直スケール H_{tide} 。抵抗係数 C_d 、内部潮流に対して海底応力がなす角度 α は実験結果であり、摩擦速度 u_r 、長さスケール δ はそれらを基にした outer scale である。 H_{tide}, δ 等の有次元数に関しては、 $\nu = 1\text{cm}^2/\text{s}$ としたときの値を示してある。

潮流振幅 U_{\max} 、層流境界層の鉛直スケール H_{tide} を用いて方程式系を無次元化して、実際の実験は行う。以降、 U_{\max} 、 H_{tide} による無次元量を * を付けて示す。

無次元化によって実験の制御パラメータは、 Ro_t とレイノルズ数 $Re = U_{\max} H_{\text{tide}}/\nu$ となる。実験ケースは、 Ro_t を 0.5 から 2.0 まで変えたケース A,B,C,D に加えて、エクマン層 (ケース Ek) とストークス層 (St) の実験を行った (表 1)。各ケースの Re には 1000 から 4580 までの値を用いた。 Re をこのように変化したのは、乱流の Ro_t に対する依存性に注目するため、各ケースの潮流振幅 U_{\max} を同じ値にしたためである。 U_{\max} は、 $\nu = 1\text{cm}^2/\text{s}$ 、与える潮流周期を半日とすると 8.53cm/s に相当する。 H_{tide} は、 $Ro_t \sim 1$ で 5.4m と他のケースの約 4 倍大きい。

層流スケールで無次元化した、各ケースの基本潮流 $\mathbf{u}_{\text{tide}}^* = (u_{\text{tide}}^*, v_{\text{tide}}^*)$ の鉛直プロファイルの時間発展を図 2 に示す。6 つのどのケースでも、潮流シアが存在するのは $z^* = \pi$ までなど、潮流構造に大きな違いはない。詳細な基本潮流場の導出に関しては、Sakamoto and Akitomo (2006) で説明されている。以降、粘性の働かない内部領域での潮流を $\mathbf{u}_{\text{int}}(t)$ と示す。

以上の基本潮流の下で、初期場にランダムな微小擾乱を与えて 12 潮流周期の実験を行った。ただしケース B,C では、準定常な乱流場に達するまで時間がかかったため、低分解能モデルで得られた

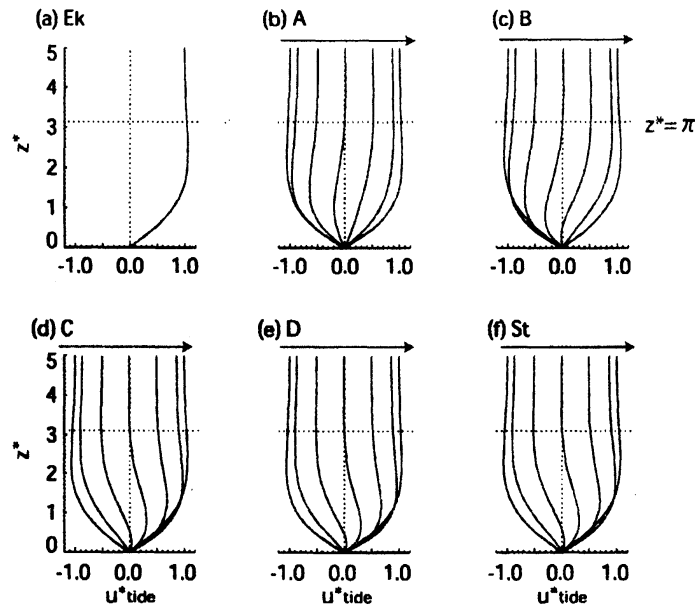


図 2: (a)-(f): ケース Ek, A, B, C, D, St (表 1) における、潮流鉛直構造の時間発展。半潮流周期の期間、潮流位相 $\pi/6$ 毎に示す。流れは左から右へと時間発展する。境界層の上端 ($z/H_{\text{tide}} = \pi$) を点線で示す。

乱流場を線形補間して初期場を使用した。方程式の差分化と数値積分には Akitomo (1999) と同じ手法を用いた。実験領域は、 H_{tide} で無次元化した値で、 $L_x^* = L_y^* = 64$, $H^* = 256$ 、分解能は水平 $\Delta x^* = \Delta y^* = 0.125$ 、鉛直 $\Delta z^* = 0.02 \sim 10$ (グリッド数 160) とした。レイノルズ数が最も大きいケース C について、実験領域と分解能のそれぞれを 2 倍にした実験を行い、乱流特性が変わらないことを確認している。プログラムコードの検証については、エクマン層の不安定が線形安定性解析の結果と一致すること (Lilly, 1966) と、乱流エクマン層の平均流が先行研究 (Coleman, 1999) と一致することを確認した。

実験結果を示す前に、解析に用いる平均操作である水平平均、領域平均、時間平均をそれぞれ次のように定義しておく。

$$\bar{f}^{x,y}(z,t) = \frac{1}{L_x L_y} \int_0^{L_x} \int_0^{L_y} f(x,y,z,t) dy dx \quad (2.6)$$

$$\bar{f}^V(t) = \frac{1}{L_x L_y H} \int_0^{L_x} \int_0^{L_y} \int_0^H f(x,y,z,t) dz dy dx \quad (2.7)$$

$$\bar{f}^{x,y,t}(z) = \frac{1}{T_{\text{tot}}} \int_0^{T_{\text{tot}}} \bar{f}^{x,y}(z,t) dt \quad (2.8)$$

ここで T_{tot} は解析期間の全時間である。

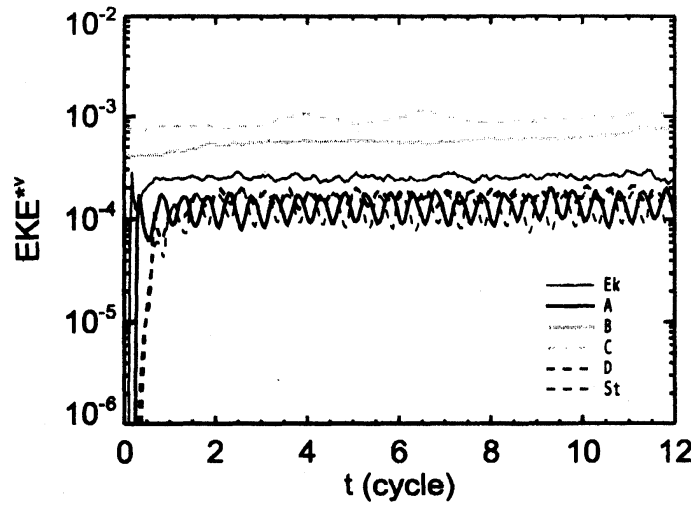


図 3: 各ケースの領域平均した $\overline{\text{EKE}}^{*V} = \overline{\text{EKE}}^V / U_{\max}^2$ の時間発展。細い実線、黒の実線、グレーの実線、グレーの破線、黒の破線、細い破線はそれぞれケース Ek, A, B, C, D, St を示す。

3 Results

3.1 Turbulent statistics

全ての実験ケースにおいて流れは乱流へと遷移する。次のように定義される、渦運動エネルギー EKE の領域平均値の時間発展を図 3 に示す。

$$\overline{\text{EKE}}^V(t) = \overline{u'^2 + v'^2 + w'^2}^V / 2 \quad (3.1)$$

ここで (u', v', w') は水平平均からの偏差である。

$$u' = u - \bar{u}^{x,y}, \quad v' = v - \bar{v}^{x,y}, \quad w' = w \quad (3.2)$$

全てのケースにおいて、半潮流周期の時間変動を除けば、実験開始から 2 潮流周期以降、エネルギーは一定に落ち着いており、準定常な乱流場が得られたとしてその期間のデータを解析に用いる。

代表的なケースとして、ケース A, C の乱流場を図 4 に示す。どのケースにおいても、境界に接した底層を中心に活発な擾乱運動が見られる。ケース A (ケース Ek, D, St も似たような分布) では $z^* < 30$ に擾乱は集中しているのに対し、ケース C (ケース B も同様) では実験領域の上境界にまで擾乱運動が達している。この違いは、後に示すように、 $Ro_t \sim 1$ における乱流渦の長さスケールの増大と慣性波の強化が原因である。

このように非常に乱れた場が形成されるが、outer scale と呼ばれるスケールを導入し無次元化することで、場の乱流特性量は相似性を持つことが明らかになった。このスケーリングの導入には海底応力を求める必要があるが、基本場の変動に対応して応力も時間変動する。このため、平均的な海底応力の大きさを求めるために、以下に述べる時間平均操作を行った。まず、応力 $\tau = (\tau_x, \tau_y)$

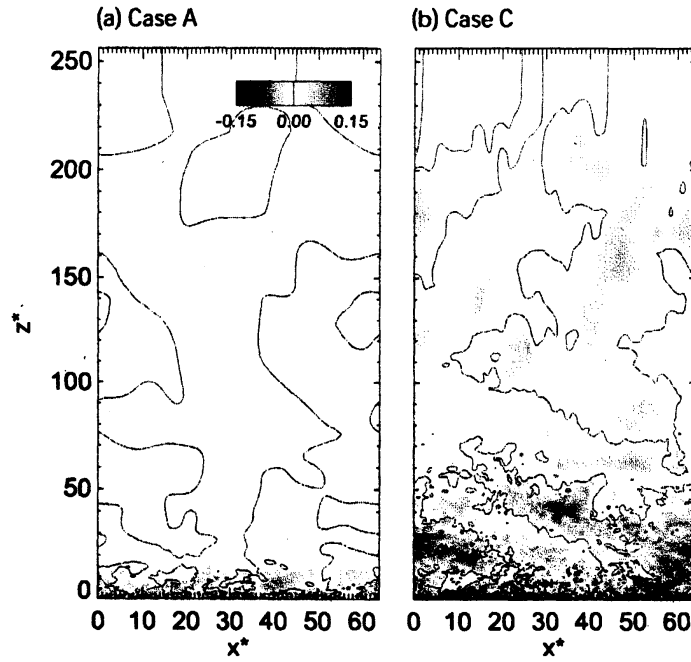


図 4: (a),(b) ケース A,C の鉛直流速 $w^* = w/U_{\max}$ の瞬間場。時刻は実験終了時である。

を、レイノルズ応力と粘性応力の和として定義する。

$$\begin{aligned} \tau(z, t) = & \left(-\overline{uw}^{x,y} + \nu \frac{\partial}{\partial z} (\overline{u}^{x,y} + u_{\text{tide}}), \right. \\ & \left. -\overline{vw}^{x,y} + \nu \frac{\partial}{\partial z} (\overline{v}^{x,y} + v_{\text{tide}}) \right) \end{aligned} \quad (3.3)$$

さらに τ を内部潮流 u_{int} に沿う方向と直交する方向のそれぞれで時間平均し、平均的な応力分布 $\tau_{\text{mean}}(z)$ を求める。

$$\tau_{\text{mean}} = \left(\overline{\tau_x \cos \theta_{\text{int}} + \tau_y \sin \theta_{\text{int}}}^t, \overline{-\tau_x \sin \theta_{\text{int}} + \tau_y \cos \theta_{\text{int}}}^t \right) \quad (3.4)$$

ここで $\theta_{\text{int}}(t)$ は x 軸正方向に対して $u_{\text{int}}(t)$ がなす角である。

以上の操作によって求めた τ_{mean} のホドグラフを図 5a に示す。ストークス層以外では、定常エクマン層 (ケース Ek) で見られるように応力は螺旋を描き、海底応力は内部潮流方向に対してある角度 α を持つ。各ケースの α と $\tau_{\text{mean}}^*(0) = \tau_{\text{mean}}(0)/\rho_0 U_{\max}^2$ の大きさ (抵抗係数 C_d) を表 1 に示す。その理由についてははっきりしないが、 C_d はエクマン層で 2.9×10^{-3} と最も大きくなる一方、 Ro_t が 1 に近い、もしくは大きい場合には、およそ半分の 1.5×10^{-3} とストークス層の値に近くなった。 α に関しては、 $Ro_t < 1.0$ では約 20 度なのに対し、 $Ro_t > 1.0$ では 12 ~ 15 度という違いが見られた。

このようにして求めた海底応力から摩擦速度 $u_\tau = \sqrt{\tau_{\text{mean}}(0)/\rho_0}$ を求めることができ、各ケースの outer scale (速さに摩擦速度、時間に $1/|f \pm \sigma|$ 、長さ $\delta = u_\tau/|f \pm \sigma|$ 、 σ の符号は潮流楕円に依存) を決定することができる。以降、この outer scale による無次元量を $-$ を付けて示す。まず無次元化した応力の鉛直構造、つまり $\tau_{\text{mean}}^- = \tau_{\text{mean}}/\rho_0 u_\tau^2$ の $z^- = z/\delta$ に対する鉛直分布を図 6 に

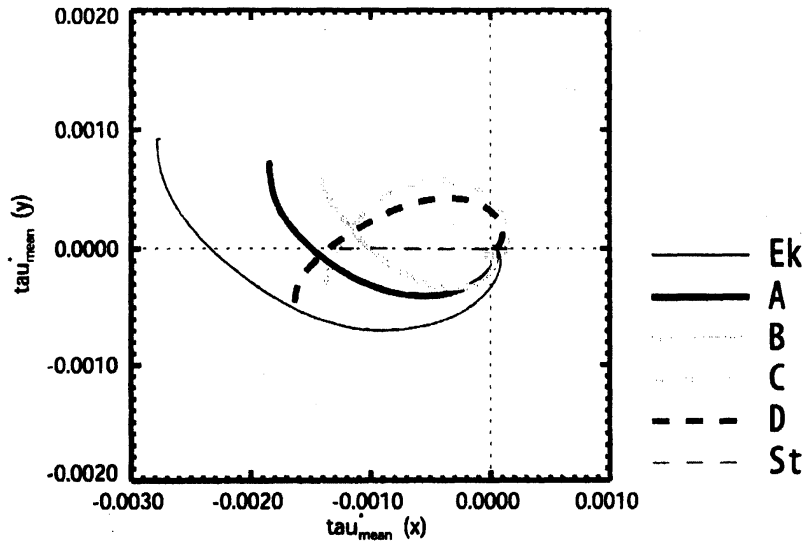


図 5: 応力 τ_{mean}^* のホドグラフ。横軸正方向が内部潮流 u_{int} 方向を示す。各線は図 3 と同じ。

示す。 Ro_t によらずその分布はほぼ一致し、TBBL の普遍的な乱流特性の記述において outer scale の導入が適切であることを示している。ただし、ストークス層の分布は他ケースと若干異なった。これは、ストークス層では半潮流周期毎に内部潮流 u_{int} が 0 になるので、ここで行ったような、内部潮流方向を基準として平均値を求めるような解析が成り立たなくなるためと考えられる。

境界近傍を除いて、平均流に関しても outer scale によって無次元化することで、ストークス層以外では相似構造が現れる。まず、 τ_{mean} と同じ時間平均操作を流速場に対しても行い、 u_{mean} を求める。

$$u_{mean}(z) = \overline{(\bar{u}^{x,y} + u_{tide}) \cos \theta_{int} + (\bar{v}^{x,y} + v_{tide}) \sin \theta_{int}}^t \quad (3.5)$$

$$v_{mean}(z) = -\overline{(\bar{u}^{x,y} + u_{tide}) \sin \theta_{int} + (\bar{v}^{x,y} + v_{tide}) \cos \theta_{int}}^t \quad (3.6)$$

次に、内部流からのズレ u_{defect} を求める。

$$u_{defect}(z) = u_{mean} - \frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} |u_{int}| d\theta \quad (3.7)$$

$$v_{defect}(z) = v_{mean} \quad (3.8)$$

outer scale で無次元化した u_{defect} の鉛直分布を図 7 に示す。 $0.1 < z^-$ の範囲では、各ケースの鉛直分布はほぼ重なっており、乱流エクマン層で報告されている、いわゆる速度欠損法則がよく成立している (Coleman, 1999)。一方、 $z^- < 0.1$ では、outer scale によるスケージングは適切ではなくなる。この領域では、いわゆる壁法則による乱流境界層に普遍的な流速分布となり、そのカルマン定数は 0.41 と一般的な値と変わらない。

以上のように、境界近傍を除いて、outer scale で整理すると応力 (図 6) や平均流 (図 7) の分布において相似性が成り立つことから、その他の乱流特性量も同様な相似性を持つことが期待される。乱流渦の代表的な速さ $q^- = q/u_\tau$ と長さ $l^- = l/\delta$ の鉛直分布を図 8 に示す。速さ q については

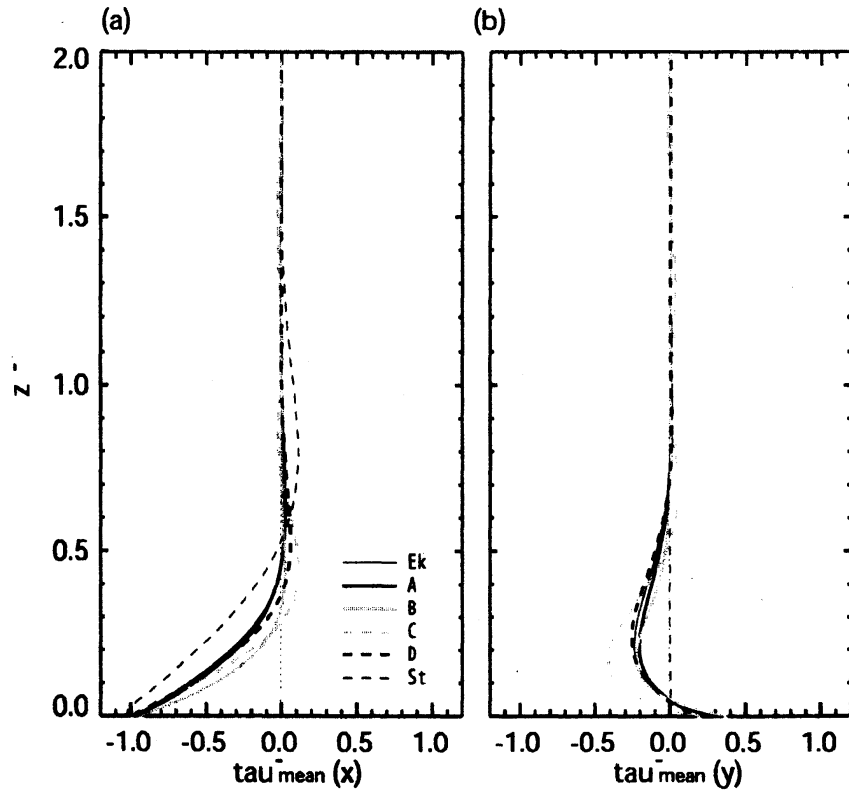


図 6: (a) τ_{mean} の内部潮流方向 (a) と直交する方向 (b) の、 $z^- = z/\delta$ に対する鉛直分布。ケース C,D の直交成分だけ符号を反転させて示している。各線は図 3 と同じ。

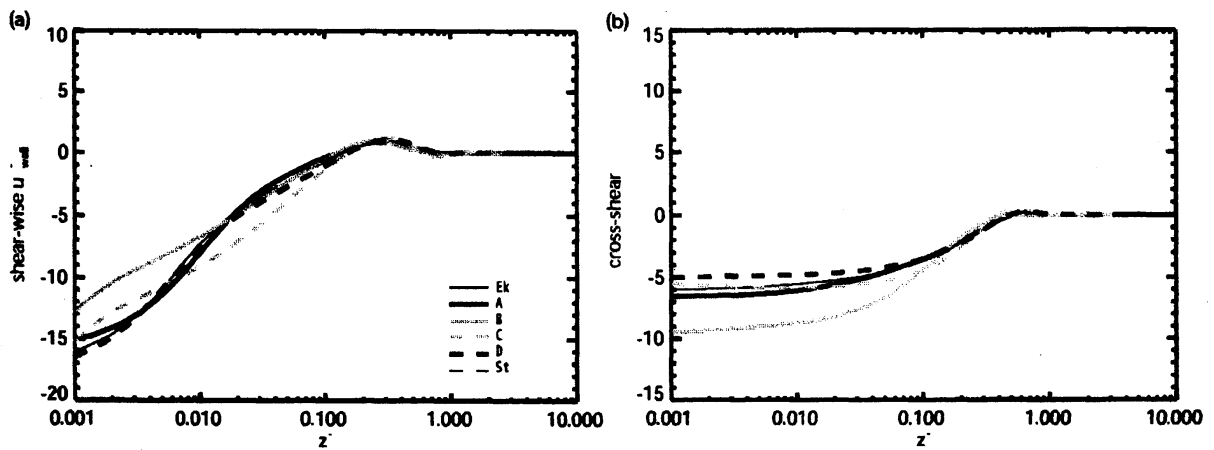


図 7: 内部潮流からのズレ $u_{\text{defect}}^- = u_{\text{defect}}/u_{\tau}$ の $z^- = z/\delta$ に対する鉛直分布。(a) 海底応力 $\tau_{\text{wall}}(0)$ に沿う方向と (b) 直交する方向を示す。ケース C,D の直交成分だけ符号を反転させて示している。各線は図 3 と同じ。

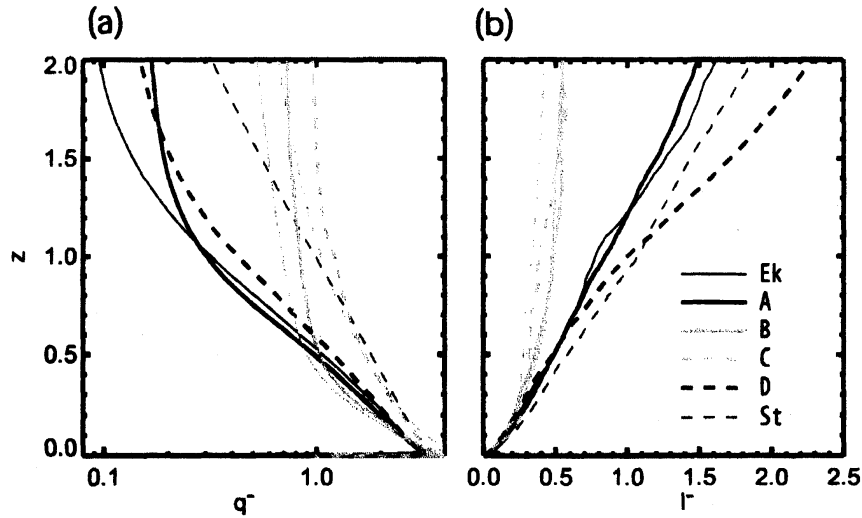


図 8: 乱流渦の代表的な (a) 速さスケール q^- と (b) 長さスケール l^- の鉛直分布。各線は図 3 と同じだが、グレーの細い実線と破線はそれぞれ $Re = 1000$ で行った $Ro_t = 0.95, 1.05$ の実験ケース B', C' の結果を示す。

EKE の平方根として定義する。

$$q(z) = (\overline{EKE}^{x,y,t})^{1/2} \quad (3.9)$$

長さ l については、鉛直流速相関を正の範囲で積分した「積分スケール」を用いる。

$$l(z) = \int_{z_0}^{z_1} \frac{\overline{w(x,y,z,t)w(x,y,z',t)}^{x,y}}{\sqrt{\overline{w^2(x,y,z,t)}^{x,y}} \sqrt{\overline{w^2(x,y,z',t)}^{x,y}}} dz' \quad (3.10)$$

ここで z_0, z_1 はそれぞれ流速相関が正である領域の下限と上限を示す。

q, l とも $z^- < 0.5$ では確かに各ケースでほぼ相似と言え、outer scale の有効性を確認することができる。しかし、 $z^- > 0.5$ では各ケースでバラつきが見られた。 q^- を見ると、ケース St を除いて全ケースでそれぞれ固有の一定値に落ち着くが、その値は $Ro_t \sim 1$ (B, C) で他ケースに比べて約 5 倍大きい。一方、 l^- においては、 $Ro_t \sim 1$ のケースの方が小さくなる。この相似性からの逸脱は、次節で見るように慣性波の影響である。

3.2 Inertial wave

$Ro_t \sim 1$ のケースとその他のケースでは、性波の励起と伝播に大きな違いが見られた。代表的なケースとしてケース A と C における、水平平均した渦運動エネルギー $\overline{EKE}^{x,y}$ の時間-鉛直ダイアグラムを図 9 に示す。ケース A では境界から離れた $z^- > 0.7$ に目立ったエネルギーは見られないのに対し、ケース C においては、海底からのエネルギーの放射と上境界 ($z^- = 3.0$) での反射が明らかである。ここでの実験設定の下で引き起こされうる波は慣性波だけであり、実際、エネルギー極大の進行速度は慣性波の線形理論による鉛直位相速度とほぼ一致する。このように、 $Ro_t \sim 1$ (ケース B, C) では波長 δ の慣性波が盛んに上方へと伝播する一方で、他のケースでは慣性波は存在しな

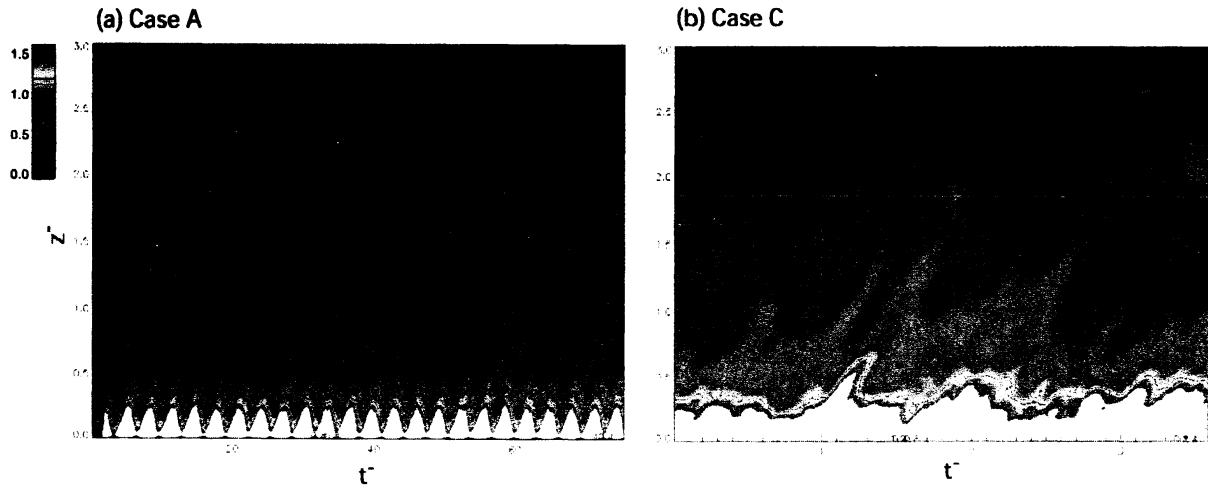


図 9: (a) ケース A、(b)C における、渦運動エネルギー $\overline{EKE}^{x,y}$ の時間 (t^-)-鉛直 (z^-) ダイアグラム。用いたモデルの上端は、ケース A で $z^- = 11.8$ 、ケース C で $z^- = 3.0$ である。

いか (St)、存在しても波長が大きくエネルギーは非常に小さい (Ek, A, D)。このことから、慣性波の Ro_t に対する依存性が、 $z^- > 0.5$ における q^-, l^- の相似形からのズレを引き起こしていると考えられる。

それでは、なぜ $Ro_t \sim 1$ で強い慣性波の伝播が見られるのだろうか。本実験の制御パラメータは Ro_t と Re であるが、ケース B, C では Re は約 4500 と他ケースより 4 倍大きく (表 1)、 Ro_t ではなくむしろ Re が関係している可能性がある。問題を切り分けるために、 $Ro_t = 0.95, 1.05$ はそのまま、実験ケースの中で最も低いレイノルズ数 1000 を用いた追加実験、ケース B', C' を行った。これらのケース B', C' でも強い慣性波が現れ、 q^- は若干小さくなるものの、 q^-, l^- とともに元のケース B, C とほぼ同じ結果となった (図 8 破線)。つまり、ここで注目する慣性波の強さに対しては Ro_t が重要な効果を持つと言える。これを慣性波の線形理論から考察する。

回転系の密度一様流体に現れる波動である、慣性波の特性について簡単にまとめる。慣性波の分散関係式は次のようになる。

$$\omega = \pm \frac{k_z}{|k|} f \quad (3.11)$$

ここで f, ω, k_x, k_y, k_z はコリオリ・パラメータ、波の振動数、 x, y, z 方向波数であり、 $|k| = \sqrt{k_x^2 + k_y^2 + k_z^2}$ である。まずこれから、水平構造を持つ擾乱が慣性波として伝播するには $|\omega| < |f|$ でなければいけないことが示される。次に、鉛直位相速度 c_θ 、鉛直群速度 c_g はそれぞれ次のように与えられる。

$$c_\theta = \pm \frac{f}{|k|} \quad (3.12)$$

$$c_g = \pm \frac{f}{|k|} \left(1 - \frac{k_z^2}{|k|^2} \right) \quad (3.13)$$

一般に波動は伝播過程で粘性によって減衰する。下境界 $z = 0$ で十分長い間、波動が励起されたと

すると、波の運動エネルギー E は次式を満たす。

$$0 = -\nu \nabla^2 \overline{E}^{x,y} + \frac{\partial}{\partial z} (c_g \overline{E}^{x,y}) \quad (3.14)$$

解は下で与えられる。

$$\overline{E}^{x,y}(z) = \overline{E}^{x,y}(0) \exp\left(-\frac{z}{L_{\text{decay}}}\right) \quad (3.15)$$

ここで L_{decay} は減衰の長さスケールであり、次で与えられる。

$$L_{\text{decay}} = \frac{1}{2|k|^2\nu} c_g \quad (3.16)$$

式から分かるように、 L_{decay} は減衰の時間スケール $T_{\text{decay}} = 1/2|k|^2\nu$ と群速度 c_g の積となる。

境界層乱流によるエネルギーの最も大きい擾乱、つまり振動数 $\omega = |f + \sigma|$ 、水平波長 δ である outer scale の擾乱に注目し、慣性波の線形理論に適用する。各ケースの $|f/\omega|$ 、outer scale で無次元化した群速度 c_g^- 、減衰の時間スケール T_{decay}^- 、減衰の長さスケール L_{decay}^- を表 2 に示す。無次元化した群速度 c_g^- は次式から求められる。

$$|c_g^-| = \left| \frac{f}{\omega} \right| \frac{1}{\sqrt{k_x^{-2} + k_y^{-2} + k_z^{-2}}} \left(1 - \frac{k_z^{-2}}{k_x^{-2} + k_y^{-2} + k_z^{-2}} \right) \quad (3.17)$$

ここで k_x^-, k_y^-, k_z^- はそれぞれ x, y, z 方向の無次元化した波数であり、 $k_x^- = k_y^- = 2\pi$ 、 k_z^- は分散関係式から求める。表 2 を見ると、まずケース Ek, D, St では、水平構造を持つ擾乱が慣性波として伝播するための必要条件である $|\omega| < |f|$ を満たしておらず、最もエネルギーの大きい outer scale の擾乱では慣性波は励起されない。ケース A では慣性波として伝播しうが、 L_{decay}^- は 0.68 と小さくすぐに減衰してしまう。 $Ro_t \sim 1$ の場合は、 $|f/\omega|$ が非常に大きくなるため、それに比例して c_g^- ((3.17) 式) は 2.24 と大きくなる。この結果、 L_{decay}^- はケース B', C' でも 16.0、12.0 と、ケース A の 15 倍以上になる。物理的に言えば、代表的な擾乱の時間スケールが慣性周期より大きくなるため相対的にコリオリの効果が増大し、慣性波が減衰せずにより遠くまで伝播するのである。また、 Re の大きいケース B, C では T_{decay}^- が長くなり、B', C' に比べて L_{decay}^- は更に大きくなる。ケース B, C の方が B', C' より q^- が大きいのは、この効果に起因すると考えられる (図 8a)。

3.3 Turbulent diffusion

ストークス層を除けば、TBBL の乱流特性は outer scale の導入によっておおそ統一的に記述できることが示された。その一方で、 $Ro_t \sim 1$ では慣性波によって相似性が破られることも分かった。本節では、境界層における乱流拡散についても outer scale によって整理できるかどうかを調べる。乱流理論によると、乱流拡散の強さは代表的な乱流渦の速さ q と長さ l の積に比例する (Tennekes and Lumley, 1972)。既に求めた q と l を用いて (図 8)、両者の積を図 10a に示す。ストークス層以外のケースではオーダーとしては同程度であり分布も似ているが、慣性波の影響によって相似性があるとは言い難い。

Case	Ek	A	B	B'	C	C'	D	St
<i>Rot</i>	0	0.5	0.95	0.95	1.05	1.05	2.0	∞
<i>Re</i>	1000	1000	4360	1000	4580	1000	1410	1000
$ f/\omega $	1.0	2.0	20.0	20.0	20.0	20.0	0.0	
$ C_g^- $	$\times(\rightarrow 0)$	0.146	2.24	2.24	2.24	2.24	$\times(\rightarrow 0)$	\times
T_{decay}^-		4.66	91.0	7.15	92.4	5.33		
L_{decay}^-		0.682	204	16.0	207	12.0		

表 2: 各ケースの慣性波に関する特性量。時間ロスビー数 Ro_t 、レイノルズ数 Re 、outer scale でのレイノルズ数 Re^- 、 f に対する波の振動数 ω の比、群速度 c_g^- 、減衰の時間スケール $T_{\text{decay}}^- = Re^-/2|k^-|^2$ 抵抗係数 C_d 、減衰の長さスケール L_{decay}^- 。

しかしながら、砕波が起こらなければ波は拡散には影響しないため、ここでの見積もりは適切でない可能性がある。そこで、鉛直に線形な初期値を持つトレーサー濃度 c の時間発展を、拡散係数 $\kappa = \nu$ の次の移流拡散方程式を用いて計算し、

$$\frac{\partial c}{\partial t} + (\mathbf{v}_{\text{tide}} \cdot \nabla)c + (\mathbf{v} \cdot \nabla)c = \kappa \nabla^2 c \quad (3.18)$$

次式を用いて「見かけの拡散係数」 κ_{ap} を評価する。

$$-\kappa_{\text{ap}} \frac{d\tilde{c}^{x,y,t}}{dz} = \overline{w'c'}^{x,y,t} \quad (3.19)$$

ここで $c' = c - \tilde{c}^{x,y,t}$ である。得られた κ_{ap} を outer scale で無次元化した結果を見ると (図 10b)、ケース B で若干小さいものの、ストークス層以外ではほぼ相似性が成り立つことが分かる。つまり、今回の実験では、 $Ro_t \sim 1$ で見られた波長 δ の強い慣性波は拡散にとって重要ではなく、乱流拡散にも outer scale の導入によって相似性が成り立つことを示している。

u_τ は各ケースで同程度であるので (表 1)、 κ_{ap} の大きさと及ぶ鉛直範囲は、各ケースの δ に比例することになる。表 1 で示したように、地形の制約がなければ北半球では潮流楕円は時計回り、南半球では反時計回りとなるので、 δ は $Ro_t \sim 1$ で急激に大きくなる。今回用いた $Ro_t(0.95, 1.05)$ では、海底から 500m までの範囲で κ_{ap} は $100\text{cm}^2/\text{s}$ を超え、最大 $400 \sim 600\text{cm}^2/\text{s}$ にも達する。一方、その他のケースでは、最大でも $50\text{cm}^2/\text{s}$ 程度であり、混合が及ぶ範囲も海底から数十 m に限られる。

4 Conclusions

回転系において潮流が形成する海底境界層 (TBBL) の乱流について調べるために、密度一様条件で非静力 3 次元モデルを用いて数値実験を行った。その結果、時間に $1/|f \pm \sigma|$ (σ の符号は潮流楕円の回転が反時計回りの場合に正、時計回りでは負)、速さに摩擦速度 u_τ 、長さに $\delta = u_\tau/|f \pm \sigma|$ という outer scale でスケールリングすることで、ストークス層を除いて、乱流は相似性を持つことが明らかになった。例えば、時間平均的な潮流構造については、速度欠損法則と呼ばれる乱流エクマ

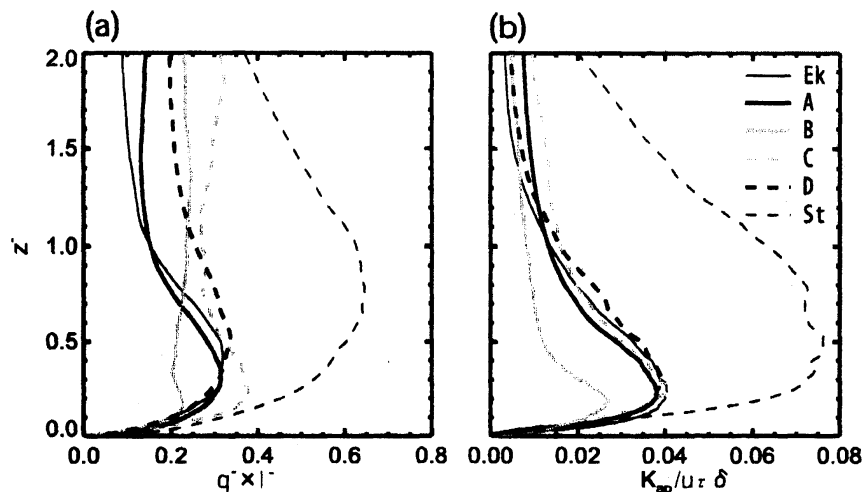


図 10: (a) 図 8 で示した q^- と l^- の積、(b) 無次元化された見かけの拡散係数 $\kappa_{ep}/u_\tau \delta$ の鉛直分布。各線は図 3 と同じ。

ン層と同様な構造が現れる。しかし、海底から 0.5δ 以上離れた領域では、 $Ro_t \sim 1$ で波長 δ の強い慣性波が現れ、代表的な擾乱渦の速さ q と長さ l は相似形から離れた。これは、代表的な擾乱渦の周期が慣性周期より長くなることから、相対的にコリオリの効果が増大し、慣性波が減衰せずに遠くまで達するためである。

乱流混合については、TBBL の相似性から、今後、慣性波の影響を除いた普遍的な構造 q^- と l^- を明らかにすることで、比例定数を C として次のように乱流拡散係数 κ を定式化できるだろう。

$$\kappa(z) = C \frac{u_\tau^2}{|f \pm \sigma|} q^-(z/\delta) l^-(z/\delta) \quad (4.1)$$

潮流振幅に対する u_τ の比例定数 (抵抗係数の平方根) は、 Ro_t にあまり依存しない (表 1)、乱流エクマン層に関する先行研究からレイノルズ数に対しても大きく変化しないと推測される (Coleman, 1999)。そうであれば、少なくとも密度一様条件の下では、緯度と潮流周期・振幅の 3 つから κ の鉛直分布が決定できるだろう。ただし、慣性波による混合は本実験では見られなかったものの、レイノルズ数が非常に大きい現実の海洋では混合に寄与する可能性も指摘されている (Fleury et al., 1991)。今後、LES を用いて現実的な高レイノルズ数における乱流特性を調べることが必要である。

参考文献

- Akitomo, K., 1999, Open-ocean deep convection due to thermobaricity 2. Numerical experiments, J. Geophys. Res. 104, 5235-5249.
- Coleman, G. N., 1999. Similarity statistics from a direct numerical simulation of the neutrally stratified planetary boundary layer. J. Atmos. Sci. 56, 891-900.
- Csanady, G. T., 1967. On the "resistance law" of a turbulent Ekman layer. J. Atmos. Sci. 24,

467-471.

- Fleury, M., Mory, M., Hopfinger, E. J., Auchere, D., 1991. Effects of rotation on turbulent mixing across a density interface. *J. Fluid Mech.* 223, 165-191.
- Furevik, T., Foldvik, A., 1996. Stability at $M(2)$ critical latitude in the Barents Sea. *J. Geophys. Res.* 101, 8823-8837.
- Grant, W. D., Madsen, O. S. 1986 The continental-shelf bottom boundary layer *Annu. Rev. Fluid Mech.* 18 265-305
- Lilly, D. K., 1966. On the instability of Ekman boundary flow. *J. Atmos. Sci.* 23, 481-494.
- Sakamoto, K., Akitomo, K., 2006. Instabilities of the tidally induced bottom boundary layer in the rotating frame and their mixing effect. *Dyn. Atmos. Oceans* 41, 191-211.
- Soulsby, R. L., 1983. The bottom boundary layer of shelf seas. in *Physical Oceanography of Coastal and Shelf Seas*, edited by B. Johns, Elsevier Sci., New York, 189-266.
- Tennekes, H., Lumley, J. L., 1972. *A First Course in Turbulence*. The MIT Press. (「乱流入門」 藤原仁志, 荒川忠一訳, 東海大学出版会)